

การทดสอบของแมนและวิทนี (The Mann-Whitney U Test)

หลักการและเหตุผล

การวิจัยเพื่อการศึกษาเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างคุณลักษณะของข้อมูลที่มีระดับการวัดที่สูงกว่า Ordinal Scale นักวิจัยควรใช้ สถิติ The Mann-Whitney U Test สถิติประเภทนี้เป็นสถิติเพื่อทดสอบสมมุติฐานการวิจัยเพื่อศึกษาว่า กลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มนี้ได้มาจากกลุ่มประชากรเดียวกันหรือไม่ สถิติประเภทนี้เป็นประเภทนอนพารามตริกที่มีประสิทธิภาพมากอย่างหนึ่ง ในบางครั้งการใช้สถิติประเภทพารามตริก t-test ไม่อาจใช้ได้ เนื่องจากขาดข้อตกลงเบื้องต้นบางประการและที่เห็นได้อย่างชัดเจนก็คือ ข้อมูลจัดเป็นประเภท Ordinal Scale ก็สามารถจะใช้ The Mann-Whitney U Test การใช้ t-test ข้อมูลต้องอยู่ในระดับ Interval Scale หรือสูงกว่า

ข้อตกลงเบื้องต้น

1. ตัวอย่างทั้งสองจะต้องเป็นตัวอย่างสุ่มของประชากรที่สุ่มมา
2. ตัวอย่างที่สุ่มทั้งสองจะต้องเป็นอิสระกันและไม่เกิดร่วมกัน
3. ข้อมูลจากตัวอย่างสุ่มทั้งสองอย่างน้อยต้องวัดมาจากมาตราอันดับ
4. ฟังก์ชันการแจกแจงของทั้งสองประชากรจะแตกต่างกันเฉพาะพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับตำแหน่งเท่านั้น

การตั้งสมมุติฐาน

ในขบวนการวิจัย สมมติว่า นักวิจัยได้มีกลุ่มประชากร A และกลุ่มประชากร B เป็นกลุ่มประชากรสองกลุ่ม สมมุติฐานการวิจัย (Null Hypothesis) H_0 : กลุ่มประชากร A และ กลุ่มประชากร B ต่างก็มีลักษณะของการแจกแจงของข้อมูลเหมือนกัน ถ้าคัดค้านหรือไม่ยอมรับ H_0 ก็แสดงว่ามีการยอมรับ Alternative Hypothesis (H_1)

ซึ่งเขียนได้เป็นสามแบบ คือ แบบที่ 1 $H_1 : A \neq B$

แบบที่ 2 $H_1 : A > B$

แบบที่ 3 $H_1 : A < B$

กรณีที่เราเขียนได้ว่า $A = B$ เป็นการทดสอบแบบสองทิศทาง (Two-Tailed) ส่วนที่เขียน $A > B$ หรือ $A < B$ เป็นการทดสอบแบบทิศทางเดียว (One-Tailed)

วิธีการทางสถิติ

วิธีการทางสถิติ The Mann-Whitney U Test มีรายละเอียดดังนี้

กำหนดให้ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยมี 2 กลุ่ม เป็นกลุ่มที่เป็นอิสระจากกัน n_1 คือจำนวนข้อมูลในกลุ่มที่ 1 และ n_2 คือจำนวนข้อมูลในกลุ่มที่ 2 และกำหนดให้ $n_1 < n_2$

วิธีการคำนวณคือ ในขั้นแรกรวมจำนวนข้อมูลของทั้งสองกลุ่มให้เป็นกลุ่มเดียวกันเสียก่อน และให้ N คือ จำนวนข้อมูลทั้งสองกลุ่มรวมกัน ดังนั้น $N = n_1 + n_2$ ต่อจากนั้นก็ให้จัดลำดับที่ หรือเรียงลำดับที่ของข้อมูลจากน้อยไปมากเป็นลำดับไป การเรียงลำดับที่นี้เมื่อเรียงเสร็จสิ้นลงแล้วให้เขียนแยกกลุ่มกันเพื่อความสะดวกในการนับอันดับที่ ดูตัวอย่าง

- ตัวอย่างการเรียงลำดับที่ของข้อมูล

ให้กลุ่ม A มีคะแนน 3 ตัว หรือ $n_1 = 3$ คือ คะแนน 9, 11, 15

ให้กลุ่ม B มีคะแนน 4 ตัว หรือ $n_2 = 4$ คือ คะแนน 6, 8, 10, 13

ผลของการเรียงลำดับที่จากน้อยไปมากดังนี้ คือ

6, 8, 9, 10, 11, 13, 15

กำหนดชื่อกลุ่ม A หรือกลุ่ม B กำกับไว้ที่ตัวคะแนนด้วย ผลเป็นดังนี้

อันดับที่	1	2	3	4	5	6	7
	6	8	9	10	11	13	15
	B	B	A	B	A	B	A

การคำนวณต่อไปนี้ ต้องการเฉพาะอันดับที่เท่านั้น ให้แยกกลุ่มออกมาผลเป็นดังนี้

กลุ่ม B มีข้อมูลอันดับที่	1	2	4	6
กลุ่ม A มีข้อมูลอันดับที่	3	5	7	

ให้ W_A คือผลรวมของอันดับที่ ในกลุ่ม A ดังนั้น $W_A = 3 + 5 + 7 = 15$

ให้ W_B คือผลรวมของอันดับที่ ในกลุ่ม B ดังนั้น $W_B = 1 + 2 + 4 + 6 = 13$

• ข้อสังเกต

$$\text{จำนวน } W_A + W_B = \frac{N(N+1)}{2} \text{ เมื่อ } N \text{ คือจำนวนข้อมูลทั้งสองกลุ่มรวมกัน}$$

กลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดเล็ก ($n \leq 10$)

กรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็กๆ หรือ ($n \leq 10$) ให้ใช้ตาราง J ในภาคผนวก เพื่อหาค่าสถิติที่ใช้เป็นเกณฑ์หรือหาค่าความน่าจะเป็นเพื่อใช้เปรียบเทียบกับค่า α ที่ใช้เป็นระดับความนัยสำคัญของการวิจัย

ตาราง J ได้แบ่งแยกเป็นตารางย่อยๆ ไว้เป็นประเภทๆ ตามขนาดจำนวนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม หรือถ้า m และ n เป็นขนาดของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม ตารางจะระบุค่า m ตั้งแต่ 1 ถึง 10, n ตั้งแต่ 1 ถึง 10kd

ค่าความน่าจะเป็นจากตาราง (p) ใช้เป็นตัวเลขใช้ทดสอบสมมติฐานแบบทิศทางเดียวได้เลย

กรณีที่เป็นการทดสอบสมมติฐานสองทิศทาง ให้ใช้ $2p$ เป็นค่าความน่าจะเป็นไปเปรียบเทียบกับค่า α เช่น $p = .02$ เป็นการทดสอบทิศทางเดียว

$$2p = .04 \text{ เป็นการทดสอบสองทิศทาง}$$

ตามตัวอย่างที่ได้กล่าวมาแล้ว มีค่าตัวเลขที่ต้องนำไปใช้ดังนี้ คือ

$$m = 3, \quad n = 4, \quad W_A = W_x = 15$$

จากตาราง J เมื่อ $p(15 \leq W_x)$ ให้ค่า $p = .0286$

ถ้ากำหนด $\alpha = .05$ ค่า $p \leq \alpha$ ก็คัดค้าน H_0 (เป็นการทดสอบทิศทางเดียว)

ค่า $2p \leq \alpha$ ก็คัดค้าน H_0 (เป็นการทดสอบสองทิศทาง)

และในตาราง J มีสิ่งที่จะต้องทำความเข้าใจดังนี้คือ

$p(W_x \leq C_L)$ คือพื้นที่ใต้โค้งจากซ้ายมือสุด $-\infty$ ถึง C_L

$p(C_U \leq W_x)$ คือพื้นที่ใต้โค้งจากซ้ายมือสุด $+\infty$ ถึง C_U

และในตาราง J กำหนดไว้ว่า $m \leq n$ เมื่อหาค่าความน่าจะเป็น (p) สำหรับการทดสอบสมมุติฐานการวิจัย (H_0)

ตัวอย่างที่ 1 ครูคณิตศาสตร์ได้ทำการทดสอบนักเรียนสองกลุ่มด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถทางด้านการคิดและแก้ปัญหา ปรากฏผลเป็นคะแนนดังนี้คือ

กลุ่ม A	คะแนน (X)	90	50	33	31	จำนวน	$m = 4$	
กลุ่ม B	คะแนน (Y)	58	44	55	25	62	จำนวน	$n = 5$

จงทดสอบสมมุติฐาน H_0 : นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถทางด้านการคิดแก้ปัญหาเท่าๆกัน

วิธีทำ 1. นำคะแนนที่ได้มาจัดเรียงลำดับที่ ดังตารางแจกแจงความถี่ดังนี้คือ

คะแนน	25	31	33	44	50	55	58	62	90
อันดับที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9
กลุ่ม A		2	3		5				6
กลุ่ม B	1			4		6	7	8	

จากตาราง $m = 4$, $W_x = 2 + 3 + 5 + 9 = 19$

$n = 5$, $W_y = 1 + 4 + 6 + 7 + 8 = 26$

2. นำข้อมูลจากตารางไปหาค่าความน่าจะเป็นดังนี้คือ

$m = 4$, $n = 5$ ตาราง J ภาผนวก เมื่อ $W_x = 19$, $p(W_x \geq 19) = .2778$

3. แสดงว่า $p \geq \alpha$ นั่นคือ ขอมรับ H_0

กลุ่มตัวอย่างใหญ่ ($n > 10$)

เมื่อ $m > 10$ หรือ $n > 10$ ค่าความน่าจะเป็นในตาราง J ไม่มี ให้ใช้วิธีคิดอย่างอื่นแทน โดยที่มี การยอมรับว่าเมื่อ m และ n มีค่าเพิ่มมากขึ้นการแจกแจงของค่า W_X จะเป็นรูปโค้งปกติ มีค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนดังนี้

$$\text{Mean} = \mu_{W_X} = \frac{m(N+1)}{2}$$

$$\text{Variance} = \sigma_{W_X}^2 = \frac{mn(N+1)}{12}$$

$$\text{ค่า } Z \text{ จะได้จากสูตร } Z = \frac{W_X + .5 - \mu_{W_X}}{\sigma_{W_X}}$$

Z จะมีการกระจายเป็นโค้งปกติ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1

ดังนั้นการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย จึงใช้ตาราง A หาค่าความน่าจะเป็น ดูตัวอย่าง

ตัวอย่าง ครูประจำชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้ทำการทดสอบนักเรียนสองกลุ่มด้วยแบบทดสอบวัดความถนัดทางการเรียน กลุ่มที่ 1 จำนวน 16 คน และกลุ่มที่ 2 จำนวน 33 คน ปรากฏผลดังนี้

กลุ่มที่ 1 13 12 12 10 10 10 10 9 8 8 7 7 7 7 7 6

กลุ่มที่ 2 17 16 15 15 15 14 14 14 13 13 13 12 12 12 12 11 11 10 10

10 8 8 8 6

จงทดสอบสมมติฐาน H_0 : นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความถนัดทางการเรียนเท่าๆกัน

H_1 : นักเรียนกลุ่มที่ 2 มีความถนัดทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ 1

วิธีทำ 1. สมมติฐาน ; H_0 : นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความถนัดทางการเรียนเท่าๆกัน

H_1 : นักเรียนกลุ่มที่ 2 มีความถนัดทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ 1

2. สถิติ ; The Mann-Whitney test

3. ระดับความมีนัยสำคัญ ; ให้ $\alpha = .01$ $m = 16$ $n = 23$ $N = m + n = 16 + 23 = 29$

4. การแจกแจงของค่าสถิติ

$$n > 10 \text{ ค่า } Z \text{ จะได้จากสูตร } Z = \frac{W_X + .5 - \mu_{WX}}{\sigma_{WX}}$$

ค่า Z มีการแจกแจงเป็นโค้งปกติด้วยค่า Mean = 0; Variance = 1

5. พื้นที่วิกฤติ การทดสอบแบบทิศทางเดียว ถ้าค่า Z ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่า Z จาตาราง A เมื่อ $\alpha = .01$ แสดงว่าค่าความน่าจะเป็น $p \leq \alpha$ ก็คัดค้าน H_0

6. จำนวน สร้างตารางแจกแจงความถี่ใหม่ดังนี้

คะแนนกลุ่มที่ 1 (X)	อันดับที่ในสองกลุ่ม	คะแนนกลุ่มที่ 2 (Y)	อันดับที่ในสองกลุ่ม
13	29.5	17	39
12	24.5	16	38
12	24.5	15	36
10	16	15	36
10	16	15	33
10	16	14	33
10	16	14	33
9	12	14	29.5
8	9.5	13	29.5
8	9.5	13	29.5
7	5	13	24.5
7	5	12	24.5
7	5	12	24.5
7	5	12	24.5
7	5	11	20.5
6	1.5	11	20.5
<hr/> $W_X = 200.0$ <hr/>		10	16
		10	16
		10	16
		8	9.5
		8	9.5
		6	1.5
		<hr/> $W_Y = 580.0$ <hr/>	

สูตร
$$Z = \frac{W_X + .5 - \mu_{WX}}{\sigma_{WX}}$$

$$W_X = 200, \quad \mu_{WX} = \frac{m(N+1)}{2} = \frac{16(39+1)}{2} = 320$$

$$\sigma_{WX} = \sqrt{\frac{mn(N+1)}{12}} = \sqrt{\frac{16(23)(39+1)}{12}} = \sqrt{1226.66} = 35.02$$

แทนค่าได้

$$Z = \frac{(200 + .05) - 320}{35.02} = \frac{120.5}{35.02} = -3.41$$

7. การสรุปผล

จากตาราง A ค่า $Z = -3.41$ ให้ค่าพื้นที่ใต้โค้งปกติ หรือค่าความน่าจะเป็น $p = .0003$ แสดงว่า $p \leq \alpha$ จึงคัดค้าน H_0 และยอมรับ H_1

กรณีทีลําดับที่ ซ้ำๆกัน

กรณีทีลําดับที่ซ้ำๆกัน อาจมีผลทำให้ค่า Z ที่คำนวณได้เปลี่ยนค่าไปเล็กน้อย ทั้งนี้เนื่องมาจากค่าความแปรปรวนอาจเปลี่ยนแปลงนั่นเอง ถ้าผู้วิจัยต้องการปรับค่าความแปรปรวนใหม่ ใช้สูตรดังนี้

$$\sigma_{WX}^2 = \frac{mn}{N(N-1)} \left(\frac{N^3 - N}{12} - \sum_{j=1}^g \frac{t^3 - t_j}{12} \right)$$

เมื่อ $N = m + n$, g คือจำนวนกลุ่มของลําดับที่ที่เป็นกลุ่มซ้ำกัน

t_j คือจำนวนลําดับที่ในกลุ่มที่ j

จากตัวอย่างดูวิธีการปรับค่าความแปรปรวน

กลุ่มที่	คะแนน	อันดับที่	t_j
1	6	1.5	2
2	7	5	5
3	8	9.5	4
4	10	16	7
5	11	20.5	2
6	12	24.5	6
7	13	29.5	4
8	14	33	3
9	15	36	3

$$g = 9 \text{ แทนค่าในสูตร } \sum_{j=1}^g \frac{t_j^3 - t_j}{12} = \frac{2^3 - 2}{12} + \frac{5^3 - 5}{12} + \dots + \frac{3^3 - 3}{12}$$

$$= .5 + 10 + 5 + \dots + 2$$

$$= 70.5$$

$$\sigma_{WX}^2 = \frac{mn}{N(N-1)} \left(\frac{N^3 - N}{12} - \sum_{j=1}^g \frac{t^3 - t_j}{12} \right)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{16(23)}{39(40)} \cdot \frac{39^3 - 39}{12} - 70.5 \\
&= (.2358)(4940 - 70.5) \\
\sigma_{WX}^2 &= 33.88 \\
\text{แทนค่า } Z \text{ ได้} \quad Z &= \frac{200 + 0.5 - \frac{16(39+1)}{2}}{33.88} \\
Z &= \frac{200.5 - 320}{33.88} \\
Z &= -3.527
\end{aligned}$$

จากตาราง A หาค่า $P(Z \leq -3.527) = .00023$

แสดงว่า $p \leq \alpha$ เราจึงตัดค้ำ H_0

ข้อสังเกต

1. ค่า Z ที่ปรับใหม่จะให้ค่า p น้อยกว่าเดิม
2. การสรุปผลไม่เปลี่ยนแปลง

ตัวอย่างการวิเคราะห์โดยใช้ SPSS

ผู้วิจัยต้องการทดสอบว่าหลังจากที่จัดกิจกรรมพัฒนาผู้เรียนแล้วนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงมีวินัยในตนเอง ต่างกันหรือไม่ โดยมีข้อมูล ดังนี้

ชื่อ - สกุล	ผลการวัดวินัยในตนเอง(50)
1. ค.ญ.เตี๊ตดวง	31
2. ค.ญ.จักรเพชร	23
3. ค.ญ.รัชนี้	45
4. ค.ญ.ธีร์กัญญา	41
5. ค.ช.ธีรคลย์	28
6. ค.ช.รุจาภา	39
7. ค.ญ.สุภชัย	37
8. ค.ช.รุ่งระวี	40
9. ค.ช.สุภาพร	43
10. ค.ช.วิทย์พัฒน์	27
11.ค.ช.เมธิ์	25

ชื่อ – สกุล	ผลการวัดวินัยในตนเอง(50)
12. ค.ญ.นันทา	39
13. ค.ญ.ภกวดิ	43
14.ค.ญ.ปนัดดา	44
15. ค.ช.ชัยมงคล	31

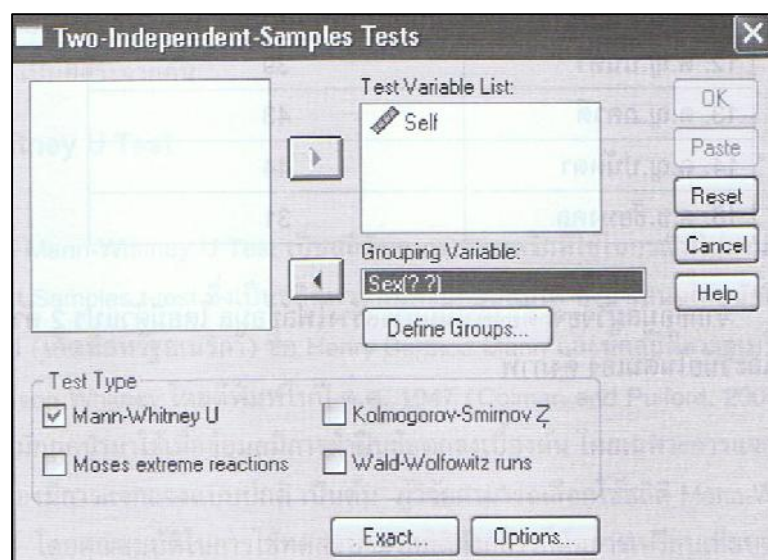
จากข้อมูลผู้วิจัยต้องดำเนินการสร้างไฟล์ข้อมูล โดยมีตัวแปร 2 ตัวแปร ได้แก่ ตัวแปรเพศ และ วินัยในตนเอง ดังภาพ

	Sex	Self
1	2	31
2	1	23
3	2	45
4	2	41
5	1	28
6	2	39
7	1	37
8	1	40
9	2	43
10	1	27
11	1	25
12	2	39
13	2	43
14	2	44
15	1	31
16		

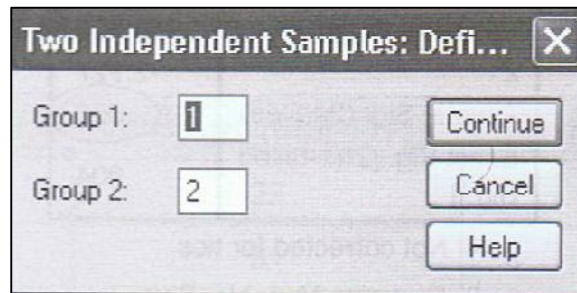
กำหนดให้ 1 แทน เพศชาย และ 2 แทนเพศหญิง

ขั้นตอนการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม SPSS

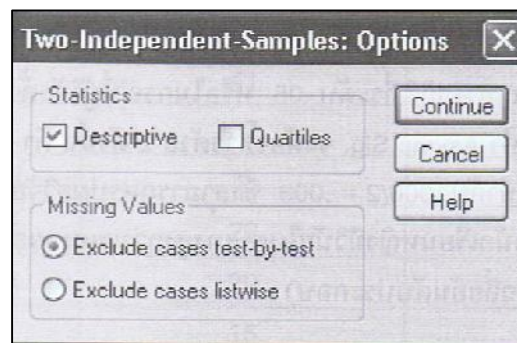
- 1) เปิดไฟล์ข้อมูล Click Analyze → Nonparametric Tests → 2 Independent Samples
- 2) เลือกตัวแปรตามที่ต้องการทดสอบเข้าไปในช่อง Test Variable List และเลือกตัวแปรอิสระ(ตัวแปรแบ่งกลุ่ม)เข้าไปในช่อง Grouping Variable ดังภาพ



- 3) Click **Define Groups...** เพื่อกำหนดค่าของแต่ละกลุ่ม ในที่นี้กำหนดโดยใช้ตัวเลข 1 และ 2
 ดังภาพ



- 4) Click **Continue** จะกลับไปหน้าจอเดิม ในส่วนของ Test Type ให้เลือก...ซึ่งเป็นค่าตั้งต้นของโปรแกรม จากนั้น Click **Option...** เพื่อขอผลการวิเคราะห์ที่เป็นค่าสถิติพื้นฐาน (Descriptive) ดังภาพ



- 5) Click **Continue** และ OK จะได้ผลการวิเคราะห์ดังนี้

Ranks

	Sex	N	Mean Rank	Sum of Ranks
Self	1	7	4.64	32.50
	2	8	10.94	87.50
Total		15		

ผลการวิเคราะห์นี้จะให้ข้อมูลเกี่ยวกับจำนวนกลุ่มตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม ผลรวมอันดับ (Sum of Ranks) และค่าเฉลี่ยอันดับ (Mean Rank) ในแต่ละกลุ่ม ซึ่งจากข้อมูลจะเห็นว่ากลุ่มเพศหญิงมีค่าเฉลี่ยอันดับสูงกว่าเพศชาย

Test Statistics^b

	Self
Mann-Whitney U	4.500
Wilcoxon W	32.500
Z	-2.727
Asymp. Sig. (2-tailed)	.006
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	.004 ^a

a. Not corrected for ties.

b. Grouping Variable: Sex

ผลการวิเคราะห์นี้เป็นส่วนที่สำคัญ โดยพิจารณาที่ค่าสถิติ Mann-Whitney U Test ซึ่งมีค่าเท่ากับ 4.50 และพิจารณาที่ค่า Asymp.Sig. ซึ่งมีค่า .006 โดยนำมาเปรียบเทียบกับค่าระดับนัยสำคัญทางสถิติ เพื่อที่จะสรุปผลการวิจัย จากผลการวิเคราะห์ พบว่า ค่า Asymp.Sig. (.006) มีค่าน้อยกว่าระดับนัยสำคัญ (.05) นั้นหมายความว่า มีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งสามารถสรุปผลการวิจัยได้ว่า หลังจากจัดกิจกรรมพัฒนาผู้เรียนแล้วนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงมีวินัยในตนเองแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 หรือในกรณีที่ผู้วิจัยตั้งสมมุติฐานแบบมีทิศทาง(ทางเดียวหรือหางเดียว) ค่า Asymp.Sig. จะต้องหารด้วย 2 ดังนั้นค่า Sig. ที่จะใช้เปรียบเทียบกับระดับนัยสำคัญจะมีค่าเท่ากับ $.006/2=.003$ ซึ่งสามารถสรุปการวิจัยได้ว่า หลังจากจัดกิจกรรมพัฒนาผู้เรียนแล้วนักเรียนหญิงมีวินัยในตนเองสูงกว่าเพศชายอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (พิจารณาค่าเฉลี่ยอันดับประกอบ)

อ้างอิง

ทรงศักดิ์ ภูสีอ่อน. (2554). การประยุกต์ใช้ SPSS วิเคราะห์ข้อมูลงานวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 4. มหาสารคาม:

โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

ตำรวจ จงเจริญ. (2548). การวิเคราะห์เชิงสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ:

สำนักงานกิจการโรงพิมพ์ องค์การสงเคราะห์ทหารผ่านศึก.

อำนาจ เลิศขันธ์. (2539). สถิตินอนพารามตริก. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ศิลปสนองการพิมพ์.